

3 שעות. חומר פתוח (מותר להשתמש בספרים ובמחברות).  
 מחשבוני: מותר אבל לא מומלץ. מחשבים אסורים.  
 9 שאלות. 12 נקודות לכל אחת (max = 108).  
 רשמו תשובות סופיות ודרך פתרון (בקצרה).  
תשובה סופיות בלבד לא תזכה בנקודות.

1. יהי  $x(t)$  פתרון של המשוואה

$$x' = \sin^2 x - \cos^2 x$$

המקיים את תנאי ההתחלה  $x(2) = 1$  ומוגדר בקטע מקסימלי אפשרי  $(t^-, t^+)$ . מצא  $t^-$  ו-  $t^+$  (אינטגרלים בתשובה OK רק אם מתכנסים).  
 ציירו את הגרף של  $x(t)$ .  
 מצא  $t_1$  כך ש-  $x(t_1) = \frac{\pi}{2}$  (אינטגרלים בתשובה OK)

2. יהי  $x(t)$  פתרון של המשוואה

$$x'' = \frac{-x^2 - 1}{x^8 + 1}$$

המקיים את תנאי ההתחלה  $x(0) = x_0, x'(0) = v_0$  ומוגדר לכל  $t \in \mathbb{R}$ .  
 מצא תנאי (אם ורק אם) ל-  $x_0, v_0$  כל ש-

A.  $\lim_{t \rightarrow \infty} x'(t) = 0$

B.  $\lim_{t \rightarrow \infty} x'(t) = \infty$

C.  $\lim_{t \rightarrow \infty} x'(t) = -\infty$

D.  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$

E.  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \infty$

F.  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = -\infty$

אינטגרלים בתשובה OK.

3. יהי  $x(t)$  פתרון של המשוואה

$$x'' = \cos(x)$$

המקיים את תנאי ההתחלה  $x(0) = 0, x'(0) = 0$  ומוגדר לכל  $t \in \mathbb{R}$ . מצא

$$t_1 = \min\{t \geq 0 : x(t) = \frac{\pi}{2}, x'(t) < 0\}.$$

אינטגרלים בתשובה OK.

4. יהי  $x(t)$  פתרון של המשוואה

$$x' = \frac{1-x}{t^{10}+1}$$

המקיים את תנאי ההתחלה  $x(0) = 0$  ומוגדר לכל  $t \in \mathbb{R}$ . מצא  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t), \lim_{t \rightarrow -\infty} x(t)$  וציירו את הגרף של  $x(t)$ .  
אינטגרלים בתשובה OK.

5. יהי  $x = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{pmatrix}$  פתרון של המערכת  $x' = TDT^{-1}x$ .

תנו דוגמא של מטריצה אלכסונית  $D$  ומטריצה הפיכה  $T$  מסדר  $4 \times 4$  כך ש-  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$  אם ורק אם  $x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) + x_4(0)$

6. יהי

$$J_\lambda = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 8 + \epsilon \end{pmatrix}.$$

אם  $\epsilon = 0$  אז  $A$  דומה ל-  $J_\lambda$  עם  $\lambda = 11$ .  
 ב- fig.1 מוצגת התמונה הפזית של המערכת  $x' = J_\lambda x$  כאשר  $\lambda > 0$ .  
 ציירו את התמונה הפזית של המערכת  $x' = Ax$  כאשר  
 (א)  $\epsilon > 0$  מספר קטן (ב)  $\epsilon = 0$  (ג)  $\epsilon < 0$  מספר קטן

7. מצא את הפתרון של המשוואה

$$x' = \frac{x}{\sqrt{t}} + \sin(t)$$

המקיים את תנאי ההתחלה  $x(1) = 0$  ומוגדר לכל  $t > 0$ .  
 אינטגרלים בתשובה OK.

8. מצא את כל הנקודות הסינגולריות היציבות אסימפטוטית של המערכת

$$x_1' = (x_1 - 1)(x_1 - 2)(x_1 - 3)(x_1 - 4)(x_1 - 5)(x_1 - 6)(x_1 - 7), \quad x_2' = x_1 - x_2$$

9. מצא את קבוצת כל הפתרונות הממשיים של המשוואה

$$x^{(8)}(t) = x''(t) = 1 + e^t + e^{-t}$$

כאן  $x^{(8)}(t)$  היא הנגזרת השמינית של  $x(t)$ .  
 אין אינטגרלים ומספרים מרוכבים בתשובה.

-----  
מספר ת"ז:

-----  
ציון למועד ב

-----  
Problem 1 (max 12)

Problem 2 (max 12)

Problem 3 (max 12)

Problem 4 (max 12)

Problem 5 (max 12)

Problem 6 (max 12)

Problem 7 (max 12)

Problem 8 (max 12)

Problem 9 (max 12)

## שאלה 1

$$t^+ =$$

$$t^- =$$

$$t_1 =$$

גרף של  $x(t)$ :

דרך פתרון (בקצרה):

## שאלה 2

- A.  $\lim_{t \rightarrow \infty} x'(t) = 0$  אם ורק אם (תנאי ל-  $(x_0, v_0)$  :
- B.  $\lim_{t \rightarrow \infty} x'(t) = \infty$  אם ורק אם (תנאי ל-  $(x_0, v_0)$  :
- C.  $\lim_{t \rightarrow \infty} x'(t) = -\infty$  אם ורק אם (תנאי ל-  $(x_0, v_0)$  :
- D.  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$  אם ורק אם (תנאי ל-  $(x_0, v_0)$  :
- E.  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \infty$  אם ורק אם (תנאי ל-  $(x_0, v_0)$  :
- F.  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = -\infty$  אם ורק אם (תנאי ל-  $(x_0, v_0)$  :

דרך פתרון (בקצרה):

### שאלה 3

$$t_1 =$$

דרך פתרון (בקצרה):

#### שאלה 4

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) =$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} x(t) =$$

גרף של  $x(t)$ :

דרך פתרון (בקצרה):

## שאלה 5

$D =$

$T =$

דרך פתרון (בקצרה):

## שאלה 6

התמונה הפזית אם  $\epsilon > 0$ :

התמונה הפזית אם  $\epsilon = 0$ :

התמונה הפזית אם  $\epsilon < 0$ :

דרך פתרון (בקצרה):

## שאלה 7

$$x(t) =$$

דרך פתרון (בקצרה):

## שאלה 8

הנקודות הסינגולריות היציבות אסימפטוטית:

דרך פתרון (בקצרה):

שאלה 9

קבוצת כל הפתרונות:

דרך פתרון (בקצרה):