

70 דקות, חומר פתוח, טעות חישוב מחשבון זאת טעות שלכם
שתי שאלות, רק תשובות סופיות ורק הדף הזה יבדקו

ת.ז. בהצלחה!

A. תהיה $f(x) \in C^1(\mathbb{R})$ פונקציה עם גרף ב fig.1 ויהי $x = x(t)$ פתרון של המשוואה $x' = f(x)$ המקיים את התנאי $x(0) = x_0$ ומוגדר בקטע מקסימלי אפשרי (t^-, t^+) . אילו מבין הטענות הבאות נכונות? סמן על ידי X את התשובות בטבלה. בדיוק X אחד בכל עמודה. תשובה נכונה: 10 נקודות, תשובה לא נכונה: מינוס 10 נקודות, תשובה לא יודע: 0 נקודות.

5	4	3	2	1	
X	X		X	X	נכון
		X			אם נכון
					אם לא נכון

1. $t^- = -\infty$ ו- $t^+ = \infty$ לכל $x_0 \in \mathbb{R}$
2. אין $x_0 \in \mathbb{R}$ כך ש- $\lim_{t \rightarrow t^-} x(t) = -\infty$
3. לכל $x_0 \in \mathbb{R}$ ל- $x(t)$ יש נקודת פיתול (לפחות אחת)
4. אם $x_0 = -3$ אז ל- $x(t)$ יש ∞ נקודות פיתול
5. אם $x_0 = 6$ ו- $x(t_1) = 4$ אז $t_1 = \ln \frac{4}{9}$

B. ויהי $x = x(t)$ פתרון של המשוואה $x'' = \sqrt{x}$ המקיים את התנאים $x(0) = 1, x'(0) = v_0 < 0$ ומוגדר בקטע מקסימלי אפשרי (t^-, t^+) . מצא את כל המיספרים $t_1 \in (0, t^+)$ כך ש- $x(t_1) = 1/2$ (יכול להיות יותר מפתרון אחד) במקרה $v_0 = -1$ (25 נקודות) ובמקרה $v_0 = -2$ (25 נקודות). בתשובות אסור להשיר אינטגרל של \sqrt{x} ומותר להשיר אינטגרלים אחרים.

$V_0 = -1 \Rightarrow$ תשובה או תשובות במקרה $v_0 = -1$

$$W(x) = \frac{1}{\sqrt{4x^{3/2} - 1}}$$

$$t_1 = \sqrt{3} \cdot \left(\int_{x_{min}}^1 W(x) dx + \int_{x_{min}}^{1/2} W(x) dx \right) - 1 \quad t_1 = \sqrt{3} \int_{1/2}^1 W(x) dx$$

$V_0 = -2 \Rightarrow$ תשובה או תשובות במקרה $v_0 = -2$

$$(2'11' \text{ נכון}) \quad t_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \int_{1/2}^1 \frac{dx}{\sqrt{x^{3/2} + 2}}$$

