

מד"ר א 582401 מועד א - סמסטר אביב תשע"ב, 2 ביולי 2102

בבחינה יש 5 בעיות (5+5+12+32+56 נקודות). ציון מקסימלי 110.
פתרון נכון של שלושת השאלות הראשונות יקבל 100 נקודות.
אורך הבחינה - 3 שעות. הבחינה היא עם חומר פתוח, במידה ואתם
משתמשים במחשבון - טעות מחשבון זאת טעות שלכם.
אנא כתבו את מספר ת.ז. שלכם על טופס הבחינה. בהצלחה!

ת.ז.

שאלה 1 (56 נקודות). יהי $x(t)$ פתרון של משוואה הנתונה בטבלה בעמודים
2 ו 3 (סה"כ 8 משוואות), המקיים את תנאי ההתחלה הנתון, ומוגדר באינטרוול
הנתון בשאלה. (t^-, t^+) מסמן את האינטרוול המקסימלי האפשרי.

ציירו את הגרף של $x(t)$. אם קיימת נקודת (t_1, x_1) מינימום מקומי, מצאו את
 x_1 ו t_1 (אפשר להשאיר אינטגרל בתשובה הסופית). אם נקודת המינימום
המקומי אינה יחידה, מצאו t_1, x_1 עבור אחת מהנקודות הנ"ל. במידה ו
 $x(t)$ מוגדר ב- (t^-, t^+) , בדקו האם $t^+ = \infty$ או t^+ הוא מספר סופי, האם
 $t^- = -\infty$ או t^- הוא מספר סופי. אין צורך לחשב את t^+ ו t^- .
כתבו את תשובותיכם בטבלאות שבעמודים 2 ו 3,
ואת הפתרון כתבו בקצרה בעמודים 7 ו 8.

שאלה 2 (32 נקודות). מצאו את אוסף כל הפתרונות הממשיים של המשוואות
הנתונות בעמוד 4, המוגדרים באינטרוול הנתון בשאלה.
אין להשאיר מספרים מרוכבים בתשובה הסופית!. כתבו את תשובותיכם
בטבלאות שבעמודים 4 ו 5, וכתבו את הפתרון בקצרה בעמודים 9 ו 10.

שאלה 3 (12 נקודות). תהי $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$. מצאו את אוסף כל הפתרונות
הממשיים (המוגדרים לכל $x \in \mathbb{R}$) של המערכת $x' = Ax$. ציירו את התמונה
הפיזית של המערכת. מצאו e^A (בלי טורים). כתבו את פתרונכם בעמוד 5.

שאלה 4 (5 נקודות). יהי W אוסף כל הפתרונות הממשיים של משוואה
קבועה מהצורה $x''(t) + a(t)x'(t) + b(t)x(t) = 0$ כאשר $a(t)$ ו $b(t)$ פונקציות
רציפות באינטרוול $t \in (0, \frac{5\pi}{2})$. הוכיחו כי לפחות אחת מן הפונקציות
 $x_1(t) = \sqrt{t}$, $x_2(t) = \sin t$ לא שייכת ל W . כתבו את פתרונכם בעמוד 6.

שאלה 5 (5 נקודות). תהי A מטריצה ממשית 2×2 , ויהיו
 $d = \det A$, $t = \text{trace} A$. מצאו תנאי הכרחי ומספיק על הזוג (d, t) כל שכל
פתרון של המערכת $x' = Ax$, המוגדר לכל $t \in \mathbb{R}$, שואף ל $0 \in \mathbb{R}^2$ כאשר
 $t \rightarrow \infty$. כתבו את תשובותיכם בעמוד 6.

	EQUATION, INITIAL CONDITIONS, INTERVAL OF DEFINITION FOR $x = x(t)$	GRAPH OF $x(t)$ AND THE COORDINATES (t_1, x_1) OF ONE OF THE POINTS OF LOCAL MINIMUM (IF EXIST)	$t^+ = \infty$ OR $t^+ < \infty?$	$t^- = -\infty$ OR $t^- > -\infty?$
1.	$x' = x^5 - 4$ $x(0) = 0$ $t \in (t^-, t^+)$			
2.	$x' = x + t$ $x(0) = 0$ $t \in (t^-, t^+)$			
3.	$x' = (x^2 - 1)(t - 1)$ $x(0) = 20$ $t \in (t^-, t^+)$			
4.	$x' = (x^2 - 1)(t - 1)$ $x(0) = -20$ $t \in (t^-, t^+)$			

	EQUATION, INITIAL CONDITIONS, INTERVAL OF DEFINITION FOR $x = x(t)$	GRAPH OF $x(t)$ AND THE COORDINATES (t_1, x_1) OF ONE OF THE POINTS OF LOCAL MINIMUM (IF EXIST)	$t^+ = \infty$ OR $t^+ < \infty$?	$t^- = -\infty$ OR $t^- > -\infty$?
5.	$x' = (x - 1)^2(t - 1)$ $x(0) = -2$ $t \in (t^-, t^+)$			
6.	$x'' = \frac{1}{x^2}$ $x(0) = 1,$ $x'(0) = -1$ $t \in (0, \infty)$			
7.	$x'' = -\sin x$ $x(0) = 0,$ $x'(0) = 1$ $t \in (0, \infty)$			
8.	$x'' = -\sin x$ $x(0) = 0,$ $x'(0) = 2$ $t \in (0, \infty)$			

EQUATION AND THE INTERVAL FOR SOLUTIONS	THE SET OF ALL SOLUTIONS $x = x(t)$
$t^2x'' + 3tx' + 4x = 0$ $t > 0$	
$x^{(8)} = x''$ $t \in (-\infty, \infty)$ <p>THE 8TH DERIVATIVE IS EQUAL TO THE SECOND DERIVATIVE</p>	
$P\left(\frac{d}{dt}\right)(x(t)) = e^{4t}\sin(2t)$ $t \in (-\infty, \infty)$ $P = P(\lambda) = (\lambda^2 - 6\lambda + 20)^2(\lambda - 2)(\lambda - 3)$	
$x'' - 3x' + 2x = \sin(t^2)$ $t \in (-\infty, \infty)$	<p>INTEGRALS IN THE FINAL ANSWER OK</p>

שאלה 3 : תשובות ופתרון

התשובה הסופית:

אוסף כל הפתרונות הממשיים:

התמונה הפזית:

$$e^A =$$

הפתרון (בקצרה)

שאלות 4 ו 5: פתרון

שאלה 4: הוכחה:

שאלה 5

התשובה הסופית (תנאי הכרחי ומספיק):

הפתרון (בקצרה)

שאלה 1 : פתרון (בקצרה)

שאלה 1 : פתרון (בקצרה)

שאלה 2 : פתרון (בקצרה)

שאלה 2 : פתרון (בקצרה)