

אלגברה 104009, גליון מס' 2

שורשים קומפלקסיים של פולינומים עם מקדמים ממשיים

שאלה 1

1. מצאו את כל הפתרונות מעל \mathbb{C} (דהיינו כל הפתרונות הקומפלקסיים) של הפולינום $P(z) = (z^4 - 6z^2 + 13)^5 \cdot (z^6 - 3z^2)^7$.
2. מצאו את הריבוי של כל אחד מהשורשים.

שאלה 2

נתון שלפולינום $P(z) = z^6 + a_5z^5 + a_4z^4 + a_3z^3 + a_2z^2 + a_1z + a_0$ בעל המקדמים הממשיים a_0, \dots, a_5 יש שורש ממשי יחיד $z = 1$ (כלומר, אין לו שורשים ממשיים אחרים). כמו כן, נתון ש- $z = 1 + i$ ו- $z = i - 1$ הם שורשים של $P(z)$. מצאו את $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$.

שאלה 3

מצאו $a \in \mathbb{R}$ כך שמספר השורשים הקומפלקסיים של הפולינום $P(z) = z^3 - z + a$ יהיה קטן מ-3.

שאלה 4

מצאו $a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}$ כך שלפולינום $P(z) = z^4 + z^3 + a_2z^2 + a_1z + a_0$ יהיה שורש $z = 1$ מריבוי 2.

שאלה 5

נתון שלפולינום $P(z) = z^5 + a_3z^3 + a_2z^2 + a_1z + a_0$ בעל המקדמים הממשיים a_0, a_1, a_2, a_3 יש שורש $z = 1 + i$ מריבוי 2.

1. מצאו שורש ממשי של $P(z)$.

2. מצאו את a_0 .