

אלגברה 104009, גליון מס' 4

מערכות של משוואות לינאריות: חלק 2

יש לפתור את כל השאלות (כולל אלו שנפתרו בתירגול)
סימונים: \forall = לכל, \exists = קיים

שאלה 1

אלו מהטענות הבאות נכונות לכל מטריצה A מגודל 3×4

1.1. $rank(A) < 4$

1.2. אם $rank(A) = 3$ אז למערכת $Ax = b$ יש פתרון יחיד $\forall b \in \mathbb{R}^3$

1.3. אם $rank(A) = 2$ אז למערכת $Ax = b$ יש ∞ פתרונות $\forall b \in \mathbb{R}^3$

1.4. למערכת $Ax = 0$ יש ∞ פתרונות

שאלה 2

אלו מהטענות הבאות נכונות לכל מטריצה A מגודל 4×3 :

2.1. $rank(A) < 4$

2.2. אם $rank(A) = 3$ אז למערכת $Ax = b$ יש לפחות פתרון אחד $\forall b \in \mathbb{R}^4$

2.3. אם $rank(A) = 2$ אז $\exists b \in \mathbb{R}^4$ כך שלמערכת $Ax = b$ יש פתרון יחיד

2.4. אם $A \neq 0$ אז למערכת $Ax = 0$ יש פתרון יחיד

שאלה 3

בכל אחת מהטענות הבאות, A היא מטריצה מגודל $m \times n$ ו- $b \in \mathbb{R}^m$

מצאו אלו מהטענות שגויות, בכל אחד מהמקרים הבאים:

א. $m = n$

ב. $m < n$

ג. $m > n$

(שימו לב שסה"ך ישנן $3 \times 6 = 18$ שאלות)

1. $\exists A$ ו- $\exists b$ כך שלמערכת $Ax = b$ יש פתרון יחיד

2. $\exists A$ כך שלמערכת $Ax = b$ יש ∞ פתרונות $\forall b$

3. $\exists A \neq 0$ ו- $\exists b \neq 0$ כך שלמערכת $Ax = b$ אין פתרונות

4. $\exists A \neq 0$ כך שלמערכת $Ax = b$ אין פתרונות $\forall b$

5. $\exists A \neq 0$ ו- $\exists b \neq 0$ כך שלמערכת $Ax = b$ יש ∞ פתרונות

6. $\exists A \neq 0$ כך שלמערכת $Ax = b$ יש ∞ פתרונות $\forall b$

שאלה 4

מצאו תנאים על הפרמטרים $a, b \in \mathbb{R}$ כך שלמערכות הבאות:

א. אין פתרונות

ב. יש פתרון יחיד

ג. יש ∞ פתרונות

$$2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 10, ax_2 + x_3 = b, 2x_2 + 3x_3 = 1 \quad 4.1$$

$$2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 10, 7x_2 + 8x_3 = 12, ax_1 + x_2 = b \quad 4.2$$

$$ax_1 + x_2 = 1, 2x_1 + x_3 = b, x_1 + x_2 - x_3 = 0 \quad 4.3$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 = 0, ax_1 - x_2 + x_3 = 1, bx_1 - x_2 - x_3 = 0 \quad 4.4$$

$$x_1 - x_2 - x_4 = 0, x_2 - x_3 = 1, x_1 + ax_3 + bx_4 = 1 \quad 4.5$$

$$x_1 - x_2 + x_3 = 1, 2x_1 - x_2 - x_3 = a, x_1 + 2x_2 - 3x_3 = b, 2x_1 - x_2 - x_3 = 1 \quad 4.6$$