

אלגברה 104009, גליון מס' 5

מכפלת מטריצות, מטריצה הפיכה, דטרמיננטות.

יש לפתור את כל השאלות (כולל אלו שתיפתרנה בתירגול)

שאלה 1

מצאו את כל המטריצות 3×100 B כך ש- $AB = 0$, כאשר 0 היא מטריצת האפס ו- A כמפורט להלן: (a הוא פרמטר)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & a \end{pmatrix} .1$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & a \end{pmatrix} .2$$

שאלה 2

תהא A מטריצה 3×4 . מצאו מטריצה T כך שהטרנספורמציה $A \rightarrow TA$ מזדהה עם הטרנספורמציות הבאות על השורות R_1, R_2, R_3 של A :

$$R_3 \rightarrow 4R_3 .1$$

$$R_2 \rightarrow R_1, R_1 \rightarrow R_2 .2$$

$$R_3 \rightarrow 2R_2 - 11R_1 .3$$

שאלה 3

מצאו את כל המטריצות B כך ש- $AB = BA$, כאשר:

1. מטריצה אלכסונית 3×3 שכניסותיה האלכסוניות $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ הינן שלושה מספרים שונים.

2. מטריצה אלכסונית 3×3 שכניסותיה האלכסוניות הינן $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ כאשר $\lambda_1 \neq \lambda_2$.

3. מטריצה 2×2 , $A_{1,2} = 1$ ושאר הכניסות אפס.

שאלה 4

מצאו את כל המטריצות 2×2 A כך ש-

$$A^2 = 0 .1$$

$$A^2 = I .2$$

שאלה 5

חשבו את $\det A$ ו- A^{-1} בכ"א מהמקרים הבאים:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix} .1$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix} .2$$

שאלה 6

תהא $A = \begin{pmatrix} a_1 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ a_2 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. מצאו תנאים על הפרמטרים a_1, a_2 כך שלמערכת $Ax = b$ יהיה פתרון יחיד לכל $b \in \mathbb{R}^4$

שאלה 7

יהיו $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 & \beta \\ \gamma & 7 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$, כאשר α, β, γ הם פרמטרים. נתון כי $\det A = 3$.

1. מצאו את $(A^{-1})_{3,2}$

2. מצאו את x_1 ו- x_4 .

שאלה 8

יהיו $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ b & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. עבור אילו a, b למערכת $(A^4 B^3)x = 0$ יש ∞ פתרונות?